

- Algèbre  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes à une indéterminée sur un corps  $\mathbb{K}$ . Somme, produit, composée.
- Degré d'un polynôme. Degré d'une somme, d'un produit, d'une composée. Si un produit de polynômes est nul, l'un des polynômes est nul.
- Division euclidienne.
- Fonctions polynômes. Isomorphisme avec les polynômes lorsque  $\mathbb{K}$  est infini (et en particulier si  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ).
- Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité. Un polynôme de degré  $d \in \mathbb{N}$  possède au plus  $d$  racines. La somme des ordres de multiplicité des racines est inférieure ou égale au degré du polynôme.
- Dérivation. Formule de Leibniz. Formule de Taylor ( $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). Si  $P \in \mathbb{K}[X]$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$  et  $a \in \mathbb{K}$ , alors  $a$  est racine de  $P$  de multiplicité  $m$  si et seulement si  $P(a) = \dots = P^{(m-1)}(a) = 0$  et  $P^{(m)}(a) \neq 0$ .
- Polynômes scindés. La somme des ordres de multiplicité des racines est égale au degré du polynôme si et seulement si le polynôme est scindé. Relations entre coefficients et racines pour un polynôme scindé (aucune connaissance spécifique sur le calcul des fonctions symétriques n'est exigible). Théorème de d'Alembert-Gauss (démonstration hors-programme).
- Polynômes irréductibles. Décomposition d'un polynôme non nul en produit de polynômes irréductibles. Le cas de  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ .
- Arithmétique des polynômes : pgcd, ppcm, algorithme d'Euclide. Théorèmes de Bézout et Gauss. Calcul de pgcd et de ppcm au moyen de factorisations.
- Interpolation de Lagrange : étant donnés  $x_0, x_1, \dots, x_n \in \mathbb{K}$  distincts et  $y_0, \dots, y_n \in \mathbb{K}$ , il existe un unique polynôme  $P$  de degré inférieur ou égal à  $n$  tel que pour tout  $i \in \llbracket 0, n \rrbracket$  on ait  $P(x_i) = y_i$ . Expression du polynôme  $P$ . Suppression de la condition de degré sur  $P$ .

NB : vacances du 08/02 au 22/02. La colle n° 18 aura lieu la semaine du 23/02 au 28/02.

---