

- Fonctions équivalentes au voisinage d'un point $a \in \overline{\mathbb{R}}$, fonction négligeable devant une autre, fonction dominée par une autre (on se place dans la situation où les fonctions ne s'annulent pas au voisinage du point considéré, sauf éventuellement en ce point : il suffit donc d'examiner des quotients). Notations $f(x) \sim_a g(x)$, $f(x) = o_a(g(x))$, $f(x) \ll_a g(x)$, $f(x) = O_a(g(x))$.
 - Lien entre équivalence et limites : si deux fonctions sont équivalentes et l'une a une limite, alors l'autre aussi et les limites sont identiques.
 - Lien entre équivalence et signe : deux fonctions équivalentes ont même signe au voisinage du point considéré.
 - $f(x) \sim_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + o_a(g(x))$.
 - Équivalents usuels en 0 :
 - ★ $e^x - 1 \sim x$
 - ★ $\ln(1+x) \sim x$
 - ★ $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$ (α réel non nul)
 - ★ $\sin x \sim x$
 - ★ $\tan x \sim x$
 - ★ $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$
 - ★ $\operatorname{Arcsin} x \sim x$
 - ★ $\operatorname{Arctan} x \sim x$
 - ★ $\operatorname{sh} x \sim x$
 - ★ $\operatorname{ch} x - 1 \sim \frac{1}{2}x^2$
 - ★ $\operatorname{th} x \sim x$
 - ★ $\operatorname{Argsh} x \sim x$
 - ★ $\operatorname{Argth} x \sim x$
 - Opérations sur les équivalents : produit, quotient, élévation à une puissance fixée. On ne peut pas ajouter des équivalents. On ne peut pas passer à l'exponentielle dans des équivalents.
 - Si deux fonctions strictement positives tendent vers une limite différente de 1, leurs logarithmes sont équivalents.
 - Comparaison des puissances, logarithmes et exponentielles au voisinage de l'infini.
 - Formule de Taylor-Young. Si f est une fonction dérivable n fois en a , alors $f(x) = T_n(x-a) + o(x-a)^n$ où $T_n(t) = \sum_{k=0}^n \frac{t^k}{k!} f^{(k)}(a)$.
 - Développements limités. Opérations algébriques : somme, produit, développement de $\frac{1}{1+u}$, application au quotient. Aucun résultat général sur la composition n'est exigible, mais les étudiants doivent savoir déterminer des DL de composées.
 - Développements limités en 0 des fonctions usuelles.
 - Intégration d'un développement limité.
 - Quelques notions sur les développements asymptotiques. Vu sur des exemples : utilisation de développements limités pour déterminer des développements asymptotiques.
 - Formule de Stirling : $n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$.
 - Étude des fonctions : ensemble de définition. Réduction de l'ensemble d'étude. Variations. Étude au voisinage d'un point remarquable réel : prolongement éventuel par continuité, existence d'une tangente à la courbe, position de la courbe par rapport à la tangente. Étude au voisinage de l'infini : direction asymptotique, branche parabolique, asymptote, position de la courbe par rapport à l'asymptote. Signe de la dérivée seconde : points d'inflexion. Tracé.
-